# AGRANDISSEMENTS / REDUCTIONS

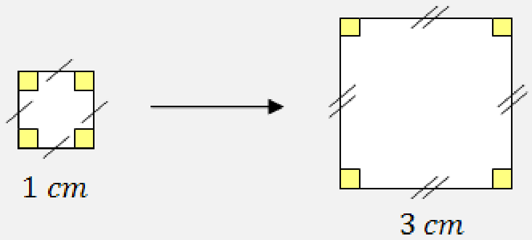
## I. Définitions

Définition1 : Une figure $\mathcal{F}$' est un agrandissement *(ou une réduction)* de la figure $\mathcal{F}$ si toutes les longueurs de la figure $\mathcal{F}$'sont proportionnelles aux longueurs de la figure $\mathcal{F}$.

Le coefficient de proportionnalité $k$ est un nombre strictement positif. On parle de facteur d'agrandissement *(resp. facteur de réduction)* lorsque $k > 1$ (resp. $k < 1$).

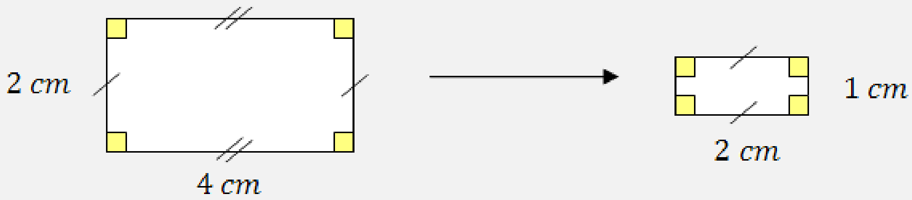
Exemple :

- *1er cas :* agrandissement de facteur $3$ ($k = 3$)




Ici, toutes les longueurs ont été multipliées par 3.

- *2nd cas :* réduction de rapport ${}^{1}/_{2}$ ($k = {}^{1}/_{2}$)




Ici, toutes les longueurs ont été multipliées par ${}^{1}/_{2}$.

Remarques :

- Toutes les longueurs étant multipliées par $k$, les périmètres des figures seront multipliés par $k$.
- Dans une configuration de Thalès, les deux triangles sont un agrandissement/une réduction l'un de l'autre.

## II. Propriétés :

### 1) effets sur les angles :

Activité 1 : Activité sur un logiciel de géométrie dynamique visant à découvrir la propriété suivante sur un exemple *(Triangle)*.

Propriété1 : Un agrandissement *(ou une réduction)* conserve les mesures d'angles.

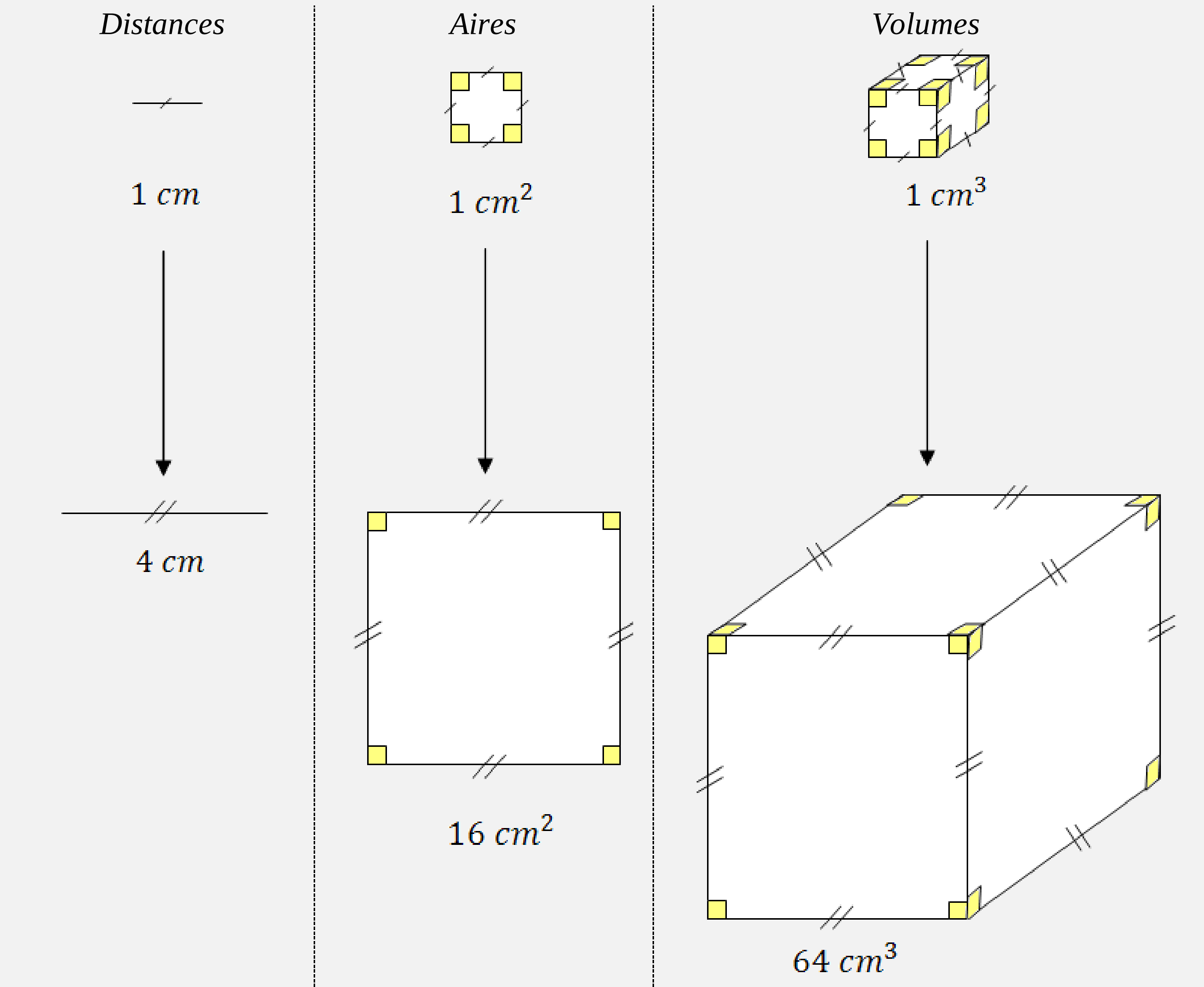
Conséquence : Cette propriété implique que le parallélisme et la perpendicularité sont conservées lors d'un agrandissement ou d'une réduction.

Remarque : lorsqu'on effectue un agrandissement *(ou une réduction)* d'une figure, on obtient une figure de même forme.

Activité 2 : découverte de l'effet sur les aires et les volumes sur des exemples

2) Effets sur les aires et les volumes :

Exemple :
On considère ici un agrandissement de rapport 4 et on s'intéresse à l'effet sur les distances, les aires et les volumes.




Propriété :
Lors d'un agrandissement *(ou d'une réduction)* de facteur $k$ d'une figure $\mathcal{F}$

- Les aires des surfaces sont multipliées par $k^2$. Autrement dit, $A' = k^2 \times A$
- Les volumes des solides sont multipliés par $k^3$ Autrement dit, $V' = k^3 \times V$

Exemples :

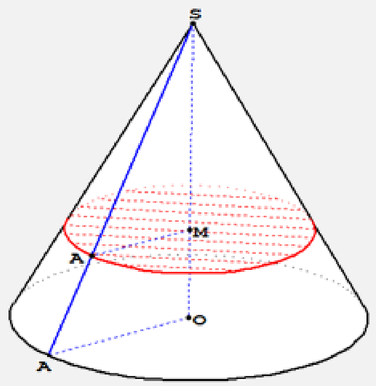
1) *Un triangle a une aire de* $18{,}5\ m^2$*. Quelle est l'aire du triangle obtenu après un agrandissement de coefficient* $3{,}7$ *?*
2) *Un cône a une base de rayon* $51\ cm$ *et* $32\ cm$ *de hauteur. Quel est le volume du cône obtenu après une réduction au tiers ?*
3) *On fait subir un agrandissement de rapport* $5$ *à une pyramide. La pyramide obtenue a un volume de* $2000\ cm^3$*. Quel était le volume de la pyramide de départ ?*

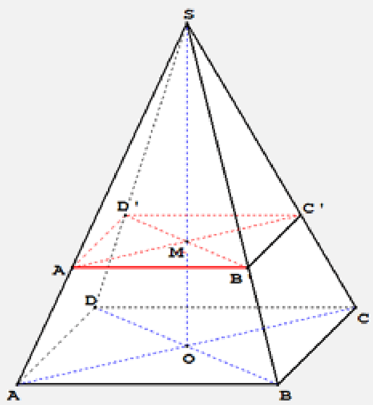
3) Application au cours sur les sections de solides :

Propriété2 : *(Rappel)* La section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est une réduction de la base ; c'est-à-dire que c'est une figure de même nature *(rectangle, carré, cercle, ...)* mais dont les longueurs sont proportionnelles à la base.

Remarque : Le rapport de réduction est $\frac{h}{H}$ où $h$ est la hauteur de du solide réduit et $H$ est la hauteur du solide de départ.

Exemples :




Dans les deux exemples ci-dessus, le coefficient d'agrandissement est égal à $\frac{SM}{SO}$